

## Aplicarea teoremei lui Bayes la evaluarea riscului în cadrul proiectelor de investiții din agricultură

Producția agricolă este, în general, organizată și se desfășoară în spațiul liber, „reprezintă o fabrică fără acoperiș (sub cerul liber)”. De aici rezultă că agricultura are, în sine, un grad mai ridicat de incertitudine și risc, față de celelalte ramuri ale producției materiale. Conform acestor precizări, la luarea deciziei de a investi în agricultură, pentru dezvoltarea obiectivelor existente sau realizarea unora noi, trebuie să se ia în considerare *incertitudinea și riscul* implicate de proiect.

*Incetitudinea* se referă la acțiuni viitoare ale căror posibile rezultate nu avem posibilitatea să le identificăm în totalitate sau chiar parțial și, cu atât mai mult, să identificăm posibilitatea lor de manifestare. *Riscul* este înțeles ca o noțiune socială, economică, politică sau naturală care descrie acțiuni viitoare în care putem identifica posibilele rezultate și chiar probabilitatea lor de manifestare, fără, însă, să fim siguri că se vor produce. Riscul, definit în limbaj economic, reprezintă posibilitatea de apariție a unui eveniment viitor nefavorabil (pierdere, pagubă) legat de variabilele deciziei. Calculul riscului se bazează pe o experiență vastă sau pe informații care permit efectuarea unor estimări cu privire la probabilitatea consecințelor acestuia. Cuantificarea consecințelor riscului și includerea lor în calculul economic permit să cunoaștem impactul acestuia asupra eficienței economice a proiectului investițional din agricultură.

Decizia economică reprezintă o activitate de comportament economic rațional prin care, dintr-o mulțime de variante, se identifică și alege una, cea optimă, care corespunde cerințelor impuse de un context dat. Dar, pentru stabilirea hotărârilor optime, personalul de decizie are nevoie de anumite informații care sunt necesare pentru promovarea măsurilor eficiente. Printre metodele decizionale, stăpânite și folosite în mod corect, pentru construirea unor variante care pentru personalul decident vor constitui informații de real folos în stabilirea strategiei și tacticii economice, se enumără și *modelele de decizie de tip Bayes*<sup>1</sup>.

### 1. Aspecte introductive asupra teoremei lui Bayes

---

<sup>1</sup> În urmă cu peste 200 de ani, pastorul englez Thomas Bayes a elaborat procedeele de revizuire a probabilităților prin schimbarea probabilităților inițiale pe baza unor rezultate care au fost obținute experimental.

Modelul bayesian exprimă posibilitatea de a fi utilizate unele estimări cu probabilități personale și obiective modificabile pe măsură ce apar noi date, deoarece elementele de incertitudine sunt numeroase, au caracter subiectiv și sunt apte pentru a fi revizuite prin achiziție de noi informații adiționale.

Folosind această metodă, probabilitățile diferitelor evenimente ce caracterizează stările de natură semnificative sunt determinate a priori, iar după aceea pentru fiecare acțiune este calculată speranța matematică a rezultatelor bănești, ca o medie a rezultatelor ponderate cu probabilitățile evenimentelor.

Aceste probabilități determinate a priori sunt denumite *probabilitățile necondiționate* (simple) sau „anterioare” (prior probabilities), fiind estimări ale probabilităților de producere a diferitelor stări ale naturii.

În general, informațiile pe care le primește personalul decident sunt obținute prin observarea rezultatelor unui experiment.

Dacă notăm cu  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$  posibilele stări (evenimente) ale naturii și cu  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_m$  posibilele rezultate (evenimente) ale experimentului, atunci probabilitățile condiționate de forma  $P(S_i \setminus R_j)$ , unde  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ , iar  $j = 1, 2, 3, \dots, m$ , se numesc *probabilități posterioare* (posterior probabilities) și oferă cunoștințe în plus în legătură cu rezultatul experimentului, de fapt oferă noi valori pentru probabilitatea de producere a fiecărei stări a naturii. Cu alte cuvinte, probabilitatea de producere a unui eveniment este condiționată de un alt eveniment necunoscut/nesigur.

Forma generală a teoremei sau regulii lui Bayes de calcul al acestor probabilități posterioare (posterior probabilities), care aduc informații suplimentare personalului decident, este următoarea:

$$P(S_i \setminus R_j) = \frac{P(S_i) \times P(R_j \setminus S_i)}{P(R_j)}, \text{ în care:}$$

$P(S_i \setminus R_j)$  - probabilitate posterioară (condiționată) care reprezintă probabilitatea de manifestare a stării  $S_i$  a naturii în ipoteza rezultatelor  $R_j$  a experimentului;

$P(S_i)$  - probabilitate anterioară sau simplă (necondiționată) determinată în urma analizelor efectuate de către analiștii care elaborează studiul de oportunitate;

$P(S_i) \times P(R_j | S_i)$  - probabilitate compusă (joint probability) care reprezintă formula de calcul al intersecției de evenimente condiționate în sensul în care, dacă considerăm și evenimente  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$  (stări ale naturii), realizarea lui  $S_2$  depinde de realizarea lui  $S_1$ , realizarea lui  $S_3$  depinde de realizarea lui  $S_1$  și  $S_2$ , în general realizarea lui  $S_n$  depinde de realizarea celorlalte  $(n - 1)$  evenimente;

$P(R_j)$  - reprezintă probabilitate totală, care mai este numită și probabilitate marginală (marginal probability) sau simultană și are următoarea relație de calcul:

$$P(R_j) = \sum_{i=1}^n P(S_i) \times P(R_j | S_i), \text{ iar } j = 1, 2, 3, \dots, m.$$

În forma generală a teoremei lui Bayes, expresia  $P(R_j | S_i)$  nu reprezintă probabilitatea de apariție a evenimentului  $R_j$  atunci când se cunoaște că evenimentul  $S_i$  a avut loc (conform expresiei), deoarece estimarea evenimentului  $R_j$  este anterioară estimării lui  $S_i$ . Conform acestei observări, interpretarea corectă a expresiei amintite mai sus constă, de fapt, în probabilitatea ca evenimentul  $R_j$  să fi avut deja loc, știind că apariția sa a fost urmată de apariția evenimentului  $S_i$ .

Formula generală elaborată de Bayes se folosește pentru determinarea probabilităților posterioare în analizele arborilor de decizie cu informație perfectă. Dacă efectul economic ce se obține în plus față de folosirea modelului cu informație completă este mai mare decât costul informației adiționale, înseamnă că se recomandă achiziționarea informației suplimentare. Calculele se fac pe baza speranței matematice a valorii informației perfecte (diferența între speranța matematică a rezultatului folosind informație perfectă și speranța matematică a rezultatului fără informație perfectă).

Prin urmare, rata eficienței informației achiziționate prin eșantionare ( $\varepsilon$ ) se poate evalua cu ajutorul formulei:

$$\varepsilon = \frac{VAI}{VAP}, \text{ adică } \varepsilon = \frac{VII - VFI}{VIP - VFP}, \text{ unde:}$$

$VAI$  – valoarea așteptată a informației imperfecte;

$VAP$  – valoarea așteptată a informației perfecte;

$VII$  – valoarea așteptată cu informația imperfectă;

$VFI$  – valoarea așteptată fără informația imperfectă;

$VIP$  – valoarea așteptată cu informația perfectă;

$VFP$  – valoarea așteptată fără informația perfectă.

De regulă, în cazurile când  $\varepsilon$  are o valoare mică, aceasta semnifică rezervă substanțială în îmbunătățirea informației prin aprofundarea ulterioară a cercetărilor. De aici rezultă că trebuie decis dacă este oportun sau nu să se continue aprofundarea cercetărilor. Astfel apar două posibilități:

- dacă  $VAI > \text{costul achiziționării informației} \Rightarrow$  se recomandă achiziționarea informației;
- dacă  $VAI < \text{costul achiziționării informației} \Rightarrow$  nu se recomandă achiziționarea informației.

Pe de altă parte, în cazurile când  $\varepsilon$  are o valoare mare (de obicei  $\varepsilon \geq 0,6$ ), înseamnă că investigația prealabilă efectuată de analiști a completat în cea mai mare parte necesarul de informații, iar achiziția de informații se poate opri la acest stadiu de clarificare.

Decizia finală ce poate fi adoptată în urma folosirii informației adiționale de către analiștii care elaborează studiul de oportunitate se formulează astfel:

- dacă nu se recurge la un nou contract de cercetare și achiziție de informație suplimentară (deci, dacă  $\varepsilon \geq 0,6$ ), se alege varianta cu speranța matematică a venitului maximă, această valoare fiind determinată cu probabilități posterioare;
- dacă se încheie un contract de cercetare și de cumpărare de informație nouă, atunci se așteaptă până se obține noua informație adițională și se adoptă decizia în funcție de concluziile raportului întocmit de cercetător.

## 2. Aplicația teoremei lui Bayes la o problemă de decizie. Evaluarea informației adiționale (perfecte și imperfecte)

**Studiu de caz:** Un renumit producător de cartofi din regiunea Banatul de Sud (Yugoslavia) a ajuns la concluzia că în ultimii ani producția sa începe să aibă o tendință descrescătoare din cauza influenței anumitor factori climatici (o diminuare relativ mare a umidității solului din cauza precipitațiilor atmosferice insuficiente). În urma acestor concluzii, fermierul a recurs la anumite măsuri de îmbunătățiri funciare, prin instalarea unui sistem de irigații (sistemul este doar mobil și se va folosi în sezon). Fermierul estimează, pe baza experienței și datelor anterioare, că există o șansă de 80% ca programul de îmbunătățiri funciare prin irigații să dea rezultate pozitive, adică să aibă succes.

Fermierul, care este totodată și managerul fermei, va trebui să decidă care va fi politica sa în următorul sezon. El a identificat două opțiuni, și anume:

- a) Să reia cultivarea cartofilor. În aceasta situație, dacă:
  - sistemul de irigații are succesul așteptat, producția obținută va fi în medie de 35 t/ha, din care: 60% din producție va fi destinată vânzării ca material de sămânță la un preț mediu de 0,30 USD/kg, iar restul de 40% din producție va fi destinat vânzării ca produs alimentar la un preț mediu de 0,15 USD/kg.; astfel, fermierul va înregistra venituri de 8.400 USD/ha;
  - sistemul de irigații nu are succesul așteptat, producția va fi în medie redusă cu 22% (7,7 t/ha); astfel, fermierul va înregistra pierderi de 1.845 USD/ha.
- b) Să cultive altceva (de exemplu porumb, la care va obține o producție satisfăcătoare în orice regim de irigații, adică în medie 11 t/ha, care va fi destinată vânzării la un preț mediu de 0,13 USD/kg) și va avea un venit sigur de 1.430 USD/ha.

Având în vedere că Institutul Agricol („AGROZAVOD” – Pančevo) are o echipă de specialiști în domeniu care aplică un anumit test pentru a verifica succesul programului de îmbunătățiri funciare prin irigații, fermierul mai dispune și de a treia variantă, adică:

# Management

c) Să aplice testul „AGROZAVOD”.

➤ Se cere să se determine varianta care va fi aplicată de către fermier, astfel încât să-i diminueze riscul de a înregistra pierderi, precum și suma maximă pe care ar putea s-o plătească pentru efectuarea testului.

- se determină probabilitatea asociată (gradul de încredere);
- se utilizează teorema lui Bayes pentru a calcula probabilitățile revizuite.

4. Se determină care este varianta decizională optimă utilizând probabilitățile revizuite.

5. Se determină valoarea informației (perfecte sau imperfecte).

### Procedură pentru analiza problemei decizionale:

1. Se determină varianta decizională care ar trebui să fie selectată utilizând probabilitățile decizionale (cu arborele decizional sau altă metodă).

2. Se identifică informațiile suplimentare care pot fi obținute.

**Situația 1.** Fermierul nu știe care este precizia testului, de aceea va presupune că **testul „AGROZAVOD” are o precizie perfectă.**

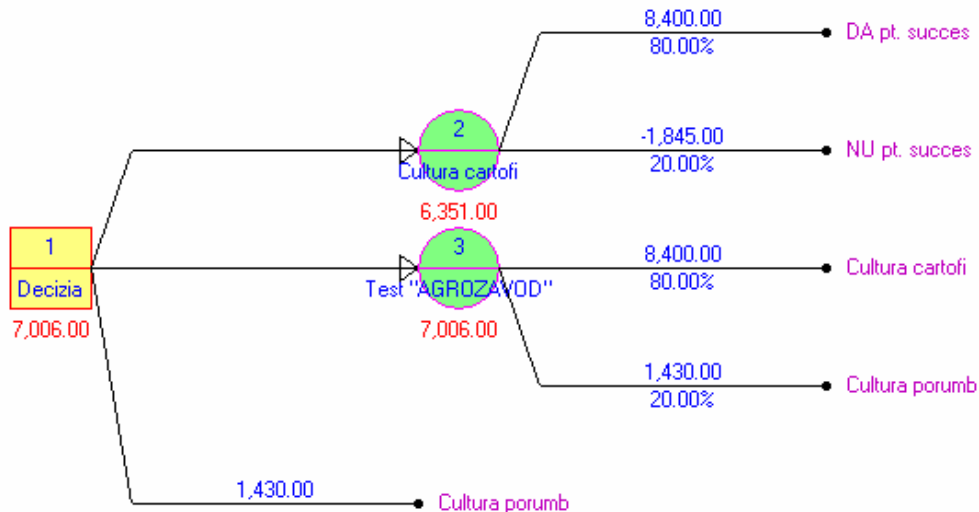
3. Pentru fiecare informație nouă:

**Tabelul nr. 1 Teorema lui Bayes (pentru revizuirea informațiilor perfecte)**

Rezultate test $(R_j)$	Condiții ale naturii $P(S_i)$		Probabilități condiționate $P(S_i) \times P(R_j \setminus S_i)$		Probabilități simultane $P(R_j)$	Probabilități revizuite $P(S_i \setminus R_j)$	
	0,80	0,20	DA	NU		DA	NU
	pt. succes	pt. succes	pt. succes	pt. succes		pt. succes	pt. succes
DA pt. Succes	1	0	0,80	0	0,80	1	0
NU pt. Succes	0	1	0	0,20	0,20	0	1

### Arborele decizional (cu WINQSB)

Decision    Chance



### Am informații perfecte, deci:

1. valoarea așteptată maximă fără informația perfectă:  
 $VFIP = \max(6.351,00 ; 1.430,00)$   
 $VFIP = 6.351,00$  USD/ha
2. valoarea așteptată cu informația perfectă:  
 $VIP = 7.006,00$  USD/ha
3. valoarea așteptată a informației perfecte:  
 $VAP = VIP - VFIP = 7.006,00 - 6.351,00$   
 $VAP = 655,00$  USD/ha

În condițiile informației perfecte, putem afirma că varianta care va fi aplicată de către fermier este reluarea

cultivării cartofilor, iar suma maximă pe care ar putea să accepte să o plătească pentru efectuarea testului „AGROZAVOD” este de 655,00 USD/ha.

**Situația 2.** Fermierul are informația că **testul „AGROZAVOD” nu este perfect**, astfel:

- $P$  (testul să indice succes când sistemul de irigații are succes) = 0,90
- $P$  (testul să indice succes când sistemul de irigații nu are succes) = 0,20
- Care este valoarea testului în aceste condiții?

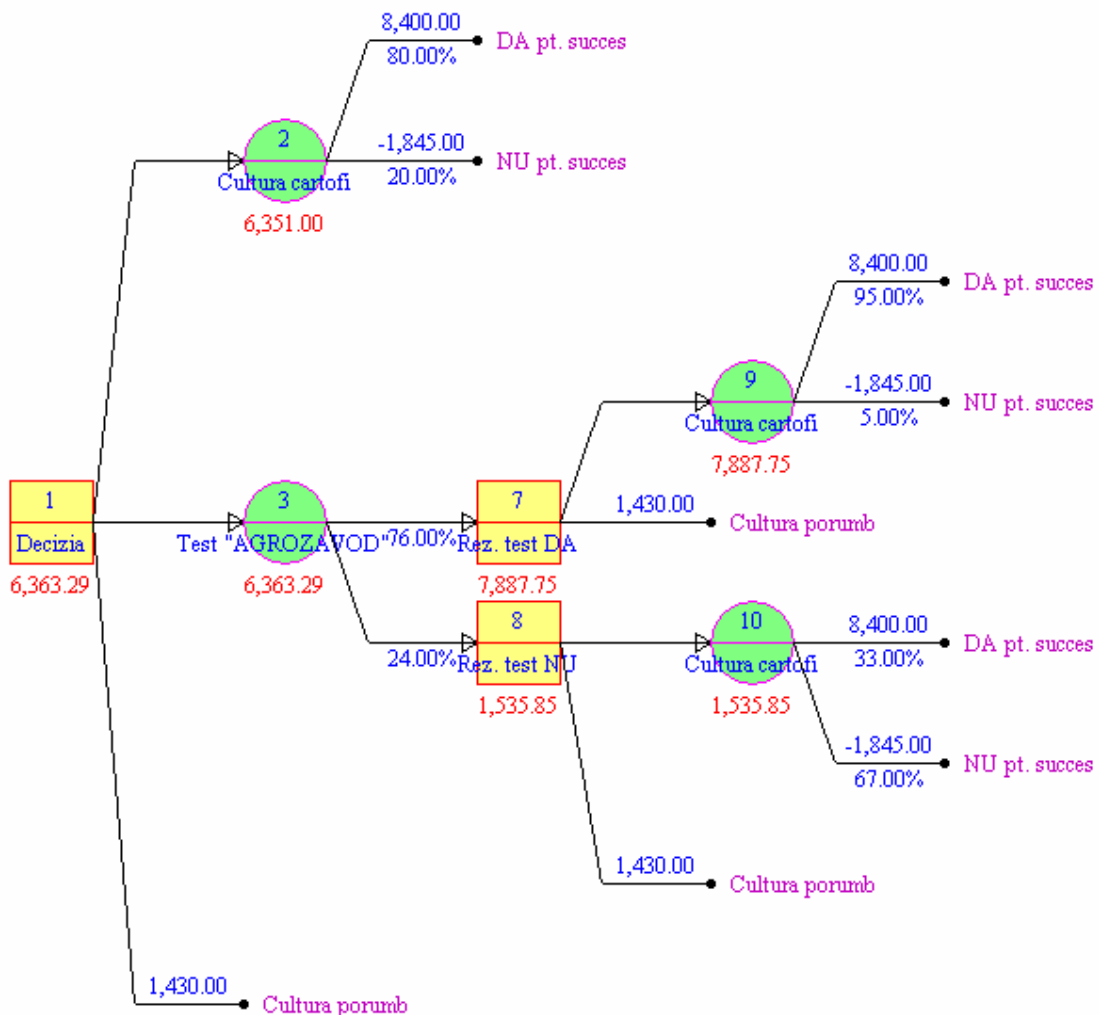
# Management

**Tabelul nr. 2 Teorema lui Bayes (pentru revizuirea informațiilor imperfecte)**

Rezultate test ( $R_j$ )	Condiții ale naturii $P(S_i)$		Probabilități condiționate $P(R_j \setminus S_i) \times P(S_i)$		Probabilități simultane $P(R_j)$	Probabilități revizuite $P(S_i \setminus R_j)$	
	0,80	0,20	DA	NU		DA	NU
	pt. succes	pt. succes	pt. succes	pt. succes		pt. succes	pt. succes
DA pt. Succes	<b>0,90</b>	<b>0,20</b>	0,72	0,04	0,76	<b>0,95</b>	<b>0,05</b>
NU pt. Succes	0,10	0,80	0,08	0,16	0,24	<b>0,33</b>	<b>0,67</b>

**Arborele decizional (cu WINQSB)**

Decision    Chance



**Am informații imperfecte, deci:**

1. valoarea așteptată maximă fără informația imperfectă:  
VFII = max (6.351,00 ; 1.430,00)  
VFII = 6.351,00 USD/ha
2. valoarea așteptată cu informația imperfectă:  
VII = 6.363,29 USD/ha
3. valoarea așteptată a informației imperfecte:

$$VAI = VII - VFII = 6.363,29 - 6.351,00$$

$$VAI = 12,29 \text{ USD/ha}$$

În condițiile informației imperfecte, putem afirma că varianta care va fi aplicată de către fermier este tot reluarea cultivării cartofilor, iar suma maximă pe care ar putea să accepte să o plătească pentru efectuarea testului „AGROZAVOD” este de 12,29 USD/ha.

Prin urmare, rata eficienței informației achiziționate prin eșantionare se poate evalua cu ajutorul relației:

$$\varepsilon = \frac{VAI}{VAP} = \frac{12,29}{655,00} \cong 0,02$$

Rezultă că eșantionarea practică de managerul fermei ce a elaborat studiul de oportunitate a consumat, în cazul nostru, doar 2% din valoarea așteptată cu informația perfectă. Deci,  $\varepsilon$  are o valoare mică ( $\varepsilon \cong 0,02$ ) ceea ce presupune o rezervă substanțială de îmbunătățire a informației prin aprofundarea ulterioară a cercetărilor. În acest caz, achiziția informației suplimentare se va face numai în cazul în care costul de aplicare a testului „AGROZAVOD” va fi mai mic decât 12,29 USD/ha.

### 3. Concluzii

În sfârșit, având în vedere particularitățile (influența factorilor naturali, existența proceselor biologice și a producției organice, caracterul de producție și caracterul social) și influența lor asupra fluxurilor economice și procesului de producție din agricultură, considerăm evaluarea riscului în cadrul proiectelor de investiții din agricultură un strict necesar, un capitol obligatoriu, în scopul realizării efectelor așteptate. De aici rezultă că este important să insistăm asupra faptului că aplicarea teoremei lui Bayes poate fi utilă în practică, dar nu este o procedură care poate fi aplicată mecanic. Bineînțeles, nu trebuie uitat nici raționamentul decidentului care este elementul de intrare crucial în modelul de analiză decizională.

*Drd. ing. Jonel V. SUBIĆ – Yugoslavia*

### Bibliografie

1. HÎNCU, D. *Models for founding decisions*, București, Editura ASE, 2002
2. IONIȚĂ, I. *Eficiența investițiilor în agricultură*, BLIDARU, G. București, Editura Ceres, 2001
3. LUCEY, T. *Tehnici cantitative (Quantitative techniques)*, București, Editura Tehnică, 2001
4. PĂUNESCU, I. *Decizii (Teorie și practică)*, PETCU, C. București, Editura Eficient, 2000
5. ROMÂNUL, I. *Managementul investițiilor*, VASILESCU, I. București, Editura Mărgăritar, 1997
6. RAȚIU-SUCIU, C. *Modelarea și simularea proceselor economice (lucrări practice)*, LUBAN, F. HÎNCU, D. ENE, N. București, Editura didactică și pedagogică, 1999.
7. STĂNCIOIU, I. *Management - Elemente fundamentale*, MILITARU, G. București, Editura Teora, 1998
8. VASILESCU, I. *Investițiile și relansarea economică (Ediția a IV-a)*, LUBAN, F. București, Editura ASE, 2001